## 基础课34 数列求和

### 课时评价·提能

#### 基础巩固练

1. 数列是首项为1，公比为2的等比数列，其前项和为.若，则（ D ）.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

[解析] 数列 是首项为1，公比为2的等比数列，，

.

由，得，即，

.故选.

2. 已知在前项和为的数列中，，，则（ C ）.

A. B. C. D.

[解析]由，得，

则．故选.

3. 已知数列的通项公式为，其前项和为，则满足的的最小值为（ C ）.

A. 30 B. 31 C. 32 D. 33

[解析]由，

得

，

由，即，即，所以，

所以满足 的 的最小值为32.故选.

4. 已知数列满足，且，则（ A ）.

A. B. C. D.

[解析]，

，解得.故选.

5. 已知公差不为零的等差数列满足，且是与的等比中项.设数列满足，则数列的前项和（ A ）.

A. B. C. D.

[解析]设等差数列 的公差为,则根据题意可得，

，

则 解得 所以，，

.

故选.

6. 已知数列的前项和为, ，则（ D ）.

A. 1012 B. C. 2023 D.

[解析]因为数列 的前 项和为，且 ，

所以，，

，，

所以，，

依次类推，， ，，,

所以

.故选.

7. 已知数列1,,,,, ,,…的前项和为，则（ A ）.

A. B. C. D.

[解析]记该数列为,由题意知，，

所以，

所以，

两式相减可得，，

所以.故选.

8. 已知是首项为32的等比数列，是其前项和，且，则数列的前10项和为（ A ）.

A. 58 B. 56 C. 50 D. 45

[解析]设数列 的公比为,是首项为32的等比数列,是其前 项和,且,，

,,解得,

,,

数列 的前10项和为.故选.

#### 综合提升练

9. （多选题）设是数列的前项和，,，则（ BCD ）.

A.

B. 数列是等比数列

C. 当时，

D. 数列的前100项和为

[解析]对于，由 及，得,故 错误.

对于，因为,，所以,，所以数列 是首项为2，公差为1的等差数列，则，即，所以，则数列 是等比数列，故 正确.

对于，由 知，得，当 时，，即，则，故 正确.

对于，设，则，两式相减得，即，故 正确.故选.

10. （多选题）已知各项为正数的等差数列的前项和满足对于，，，构成等差数列,公比大于1的等比数列满足，.若数列满足，则（ ABD ）.

A. ，

B. 数列的前项和为

C. 数列的前项和为

D. 数列的前7项和为

[解析]对于，依题意得， ①

当 时，,得 或（舍去）;

当 时，. ②

由 得，

因为 每项为正，所以，则数列 为等差数列，公差为1，且，所以，

所以，设 的公比为，则，

解得，所以，故 正确.

对于，设 的前 项和为，

所以， ③

， ④

由 得，

所以，故 正确.

对于，，

则所求数列的前 项和为，故 错误.

对于，因为，所以，故 正确.故选.

11. 设数列的前项和为，已知,，则960.

[解析]由 可得，

当 为奇数时，有；当 为偶数时，.

故数列 的偶数项构成以2为首项，2为公差的等差数列，

则.

12. [2024·呼伦贝尔模拟]已知数列的前项和，记，则数列的前项和  .

[解析]当 时，；

当 时，，当 时，.

综上,，，所以，

所以， ①

由，得， ②

由，得，所以.

#### 应用情境练

13. 小张计划连续十年向某公司投放资金，第一年年初投资10万元，以后每年投资金额比前一年增加2万元，该公司承诺按复利计算，且年利率为，第十年年底小张一次性将本金和利息取回，则小张大约可以取得305.94万元.（结果保留到小数点后两位）

参考数据：，，.

[解析]依题意，小张每年向公司投资的金额构成以10为首项，2为公差的等差数列,,，

，因此每年的投资到第十年年底的本金与利息和，

设10次投资到第十年年底本金与利息的总和为 万元，

则，

于是得，

两式相减得，则，

所以小张共可以取得305.94万元.

14. 已知数列的首项为，且满足，数列满足，且.

（1）求，的通项公式；

（2）设数列的前项和为，求.

[解析]（1）因为，所以，所以，

所以，

当 时，，也成立，所以.

因为，所以，又，

所以数列 是以2为首项，3为公差的等差数列，

所以，所以.

（2）由（1）得，

所以， ①

， ②

由 得，

所以，所以.

#### 创新拓展练

15. 已知数列满足，，数列的通项公式为，记数列的前项和为.若存在正数，使对一切恒成立，则的取值范围是,.

[解析]因为，,所以，

所以数列 是公比为2的等比数列，

所以，

所以，，

所以， ①

， ②

由 得，，所以.

因为不等式 对一切恒成立，

所以 对一切 恒成立，即 对一切 恒成立，只需满足，

因为，当且仅当，即 时，等号成立，所以，即，

故 的取值范围,.

16. 已知数列的各项均为正数，其前项和满足，.

（1）证明：数列是等比数列.

（2）若，求数列的前项和.

[解析]（1）因为，，

所以, ①

当 时，, ②

由 得，

因为，所以，

整理得，即，所以数列 是等比数列.

（2）在 中，令，得，

因为，所以，解得，

所以等比数列 的公比，

所以，，

故，

则.